

Matematica - Compiti delle vacanze

Classe 2 A LES

Testo di riferimento: Sasso – Zanone; Colori della Matematica edizione BLU – Volumi 1-2; Edizioni Petrini.

Di seguito le indicazioni sugli argomenti da ripassare in modo da avere a disposizione tutti gli strumenti per affrontare lo studio degli argomenti del prossimo anno.

Tema A: Numeri reali, retta, sistemi

Unità 1: Numeri reali e radicali

Le operazioni con i radicali, esistenza dei radicali, portare dentro e fuori da un radicale, uso del valore assoluto.

Unità 2: Sistemi lineari e matrici

Metodi di soluzione dei sistemi lineari (sostituzione, confronto, riduzione), interpretazione grafica di un sistema lineare, problemi risolvibili con sistemi.

Unità 3: Rette nel piano cartesiano

Tutto il capitolo.

Tema B: Equazioni, disequazioni e sistemi non lineari

Unità 4: Equazioni di secondo grado e parabola

Le diverse forme delle equazioni di secondo grado, la soluzione dell'equazione di secondo grado completa, scomposizione del trinomio di secondo grado, equazioni frazionarie

La rappresentazione grafica dell'equazione di secondo grado: la rappresentazione grafica della parabola nel piano cartesiano e le sue prime proprietà (vertice, asse di simmetria, zeri, segno)

Soluzione di problemi con le equazioni di secondo grado e con la parabola (problemi di massimo e minimo).

Unità 5: Equazioni di grado superiore al secondo

Saper risolvere esercizi con equazioni di grado superiore al secondo.

Unità 6: Disequazioni di secondo grado e di grado

Saper risolvere esercizi con disequazioni di secondo grado e di grado superiore.

Unità 7: Sistemi non lineari.

Soluzione di sistemi di grado superiore al primo: metodi di soluzione.

N.B. La soluzione di equazioni e disequazioni prevede la capacità di risolvere:

- equazioni lineari
- equazioni di secondo grado
- disequazioni lineari
- disequazioni di secondo grado
- equazioni e disequazioni fratte
- sistemi di equazioni (con equazioni di tutti i tipi indicate prima)
- sistemi di disequazioni (con disequazioni di tutti i tipi indicate prima)

La soluzione delle equazioni e disequazioni deve essere applicata sia nella determinazione delle condizioni di esistenza di radicali e frazioni, sia nella soluzione di problemi.

È richiesto di saper interpretare grafici nel piano cartesiano.

Come esercizi, si consiglia di:

- rivedere le verifiche e alcuni degli esercizi di calcolo svolti durante l'anno per ripassare le tecniche di soluzione di equazioni, disequazioni, sistemi
- svolgere le prove di autoverifica al termine delle unità indicate per il ripasso
- svolgere i problemi allegati a questo documento.

Compito di realtà

In caffetteria

Anna e Marco stanno consumando la loro abbondante colazione presso la caffetteria «Coffee break». Anna ha ordinato 1 succo d'arancia, 1 cornetto e 2 caffè spendendo 5,50 euro, mentre Marco ha speso 8 euro per 2 succhi d'arancia, 2 cornetti e 1 caffè.



1 Indicando con x , y e z il prezzo in euro rispettivamente di un succo d'arancia, di un cornetto e di un caffè, stabilisci quale dei seguenti sistemi traduce le informazioni relative al costo della colazione di Anna e Marco.

A
$$\begin{cases} x + y + 2z = 8 \\ 2x + 2y + z = 5,50 \end{cases}$$

B
$$\begin{cases} x + y + 2z = 5,50 \\ 2x + 2y + z = 8 \end{cases}$$

C
$$\begin{cases} 2x + y + z = 5,50 \\ x + y + 2z = 8 \end{cases}$$

D
$$\begin{cases} x + y + z^2 = 5,50 \\ x^2 + y^2 + z = 8 \end{cases}$$

2 Spiega perché il sistema individuato al punto precedente non può essere determinato. Precisa inoltre se si tratta di un sistema impossibile oppure indeterminato.

3 Verifica che, a partire dal sistema individuato al punto 1, è possibile ricavare il prezzo di un caffè e specifica quanto costa esattamente. Sarebbe possibile individuare anche i prezzi del succo d'arancia e del cornetto? (Suggerimento: applica il metodo di addizione e sottrazione)

Monica raggiunge Anna e Marco, accomodandosi al loro tavolo, e ordina 1 succo d'arancia, 1 cornetto e 1 caffè.

4 Anche senza conoscere il costo del succo d'arancia e quello del cornetto, è possibile stabilire il costo della colazione di Monica. Quanto ha speso Monica? (Suggerimento: applica il metodo di addizione e sottrazione)

Antonio si unisce infine al gruppo affermando: «Per 1 succo d'arancia e 2 cornetti ho speso solo 3 euro».

5 Anna, Marco e Monica non credono a quanto ha affermato Antonio. Spiega perché hanno ragione.

Antonio ammette la frottola e comunica la sua spesa reale: 5 euro.

6 Con questa ulteriore informazione, sei in grado di determinare quanto costa un succo d'arancia e quanto costa un cornetto?

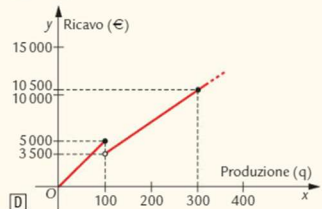
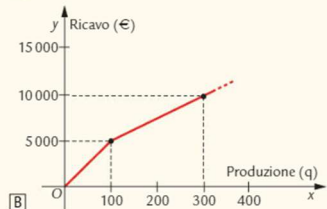
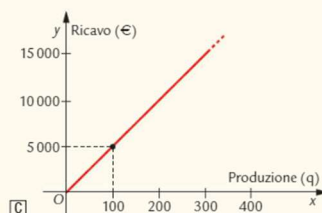
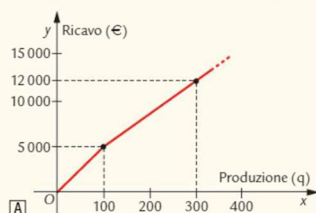
Produzione di pesche

Nelle migliori condizioni possibili, il campo del signor Cesare, coltivato a nettarine e percocche (due varietà di pesche), rende complessivamente all'incirca 300 quintali di frutta all'anno. Il consorzio agricolo di Cesare acquista dai consorziati le pesche ai seguenti prezzi:



- per le nettarine: 50 euro al quintale per quantitativi non superiori a 100 quintali; 35 euro al quintale per l'eventuale parte eccedente i 100 quintali;
- per le percocche: 45 euro al quintale per quantitativi non superiori a 100 quintali; 40 euro al quintale per l'eventuale parte eccedente i 100 quintali.

1 Indicando con x la produzione annua (in quintali) di pesche nettarine e con y il relativo ricavo (in euro), quale dei seguenti è il grafico della funzione che esprime y in funzione di x ?



2 Scrivi l'espressione analitica della funzione lineare a tratti individuata al punto precedente.

3 Sia ora x la produzione annua (in quintali) di pesche percocche e y il relativo ricavo (in euro). Scrivi l'espressione analitica della funzione che esprime y in funzione di x per le pesche percocche e tracciane il grafico.

Cesare desidera ottenere il massimo ricavo dal suo campo, tenendo conto dei prezzi applicati dal consorzio e del limite di produzione specificato (300 quintali).

4 Inizialmente Cesare pensa di destinare a ciascuna delle due coltivazioni la metà del campo, così da assicurarsi una produzione di 150 q sia di nettarine sia di percocche (assumendo che la resa delle due qualità di peschi sia la stessa). Quale sarebbe, in questo caso, il ricavo?

5 Verifica che la funzione che alla quantità x in quintali di pesche nettarine prodotte associa il ricavo y in euro totale (considerando, cioè, anche la restante produzione di $300 - x$ quintali di percocche) ha la seguente espressione analitica:

$$y = \begin{cases} 12500 + 10x & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ 14000 - 5x & \text{se } 100 < x \leq 200 \\ 15000 - 10x & \text{se } 200 < x \leq 300 \end{cases}$$

6 Traccia il grafico della funzione al punto 5 e, aiutandoti con tale grafico, stabilisci se la scelta descritta al punto 4 è quella ottimale, ai fini di ottenere il massimo ricavo. Determina inoltre come dovrebbe essere ripartita la produzione per ottenere un ricavo di 13 000 euro.

Ricavi e guadagni in trattoria

Eugenio intende proporre ai clienti della sua trattoria, oltre al consueto menu alla carta, anche un menu a prezzo fisso. A grandi linee ipotizza che, indicato con x il prezzo in euro del menu fisso, il corrispondente numero di pasti venduti sia $50 - x$ (si tratta di un'ipotesi semplicistica, ma accettabile: all'aumentare del prezzo stabilito da Eugenio, il numero dei clienti interessati al menu diminuisce, come è ovvio attendersi). Egli stima inoltre che il costo per la produzione di un singolo pasto sia 10 euro.



1 Siano $R(x)$ e $G(x)$ le funzioni che esprimono rispettivamente il ricavo totale e il guadagno totale (in euro) di Eugenio in un giorno, derivati dai menu a prezzo fisso. Quali sono le espressioni analitiche di $R(x)$ e di $G(x)$?

- A $R(x) = (50 - x)x$ e $G(x) = (50 - x)x - 10$
 B $R(x) = (50 - x)x$ e $G(x) = (50 - x)(x - 10)$
 C $R(x) = 50 - x^2$ e $G(x) = 50 - x(x - 10)$
 D $R(x) = (50 - x)x$ e $G(x) = (50 - x)(x + 10)$

2 Quale prezzo deve fissare Eugenio per il menu a prezzo fisso per ottenere un guadagno giornaliero di 175 euro, nell'ipotesi del modello considerato?

Supponi che Eugenio voglia assicurarsi il massimo ricavo possibile.

3 In corrispondenza di quale prezzo x si ottiene il ricavo massimo? A quanto ammonta il ricavo massimo? E quale guadagno si realizza in corrispondenza del ricavo massimo?

Eugenio osserva che è più saggio realizzare il massimo guadagno piuttosto che il massimo ricavo.

4 In corrispondenza di quale prezzo x è massimo il guadagno? A quanto ammonta il guadagno massimo? E quale ricavo si realizza in corrispondenza del guadagno massimo?

5 Confronta le tue risposte ai punti 3 e 4 e commenta i risultati. È vero che il massimo guadagno si realizza in corrispondenza del massimo ricavo e viceversa?

Matematica ed economia

469 Una pasticceria produce (e vende) ogni settimana n torte. Il costo di produzione di n torte è espresso dalla funzione:

$$C(n) = \frac{n^2}{5} + 6n + 200$$

Il ricavo dalla vendita delle n torte è espresso dalla funzione $R(n) = 20n$. Quante torte deve produrre in una settimana la pasticceria per ottenere un guadagno? [$20 < n < 50$]

470 Un'azienda produttrice di frigoriferi, produce un modello di frigorifero che rivende a un prezzo di 250 euro a unità. Il costo totale di produzione mensile varia in funzione del numero n di frigoriferi prodotti ed è espresso dalla funzione $C(n) = n^2 + 20n + 2000$. Il limite di produzione mensile è di 200 frigoriferi. Determina per quali valori di n , in seguito alla produzione e vendita mensile di n frigoriferi:

- a. l'azienda realizza un utile;
 b. l'azienda realizza un utile superiore a 10 000 euro. [a. $10 \leq n \leq 200$, con $n \in \mathbb{N}$; b. $80 \leq n \leq 150$, con $n \in \mathbb{N}$]

471 Un'azienda produce e vende in una settimana x unità di un dato bene. Il guadagno settimanale G (espresso in euro) derivante dalla produzione e vendita della quantità x del bene è espresso dalla formula:

$$G = 10(-x^2 + 104x - 940)$$

- a. Quale guadagno deriva dalla produzione (e vendita) di 50 unità del bene in una settimana?
 b. Quante unità del bene devono essere prodotte e vendute in una settimana perché i ricavi siano uguali ai costi?
 c. Quante unità del bene devono essere prodotte e vendute in una settimana affinché l'azienda non subisca in quella settimana una perdita? [a. 17 600 euro; b. $x = 10 \vee x = 94$; c. $10 < x < 94$]

Matematica ed economia

156 La spesa di un viaggio viene suddivisa equamente fra i suoi partecipanti. Se al viaggio avessero partecipato 4 persone in più, la quota per partecipante sarebbe stata di 75 euro. Se invece al viaggio avessero partecipato 2 persone in meno, la quota per partecipante sarebbe stata di 150 euro in più rispetto alla quota prevista inizialmente. Determina la spesa complessiva del viaggio e il numero di partecipanti. [600 euro; 4 partecipanti]



157 Un capitale C (superiore a 1000 euro), investito per un anno a un dato tasso di interesse i , frutta 180 euro. Investendo 5000 euro allo stesso tasso d'interesse i per un anno e sommando all'interesse prodotto il capitale C si ottengono 6150 euro. Determina il capitale investito e il tasso d'interesse. [6000 euro; 3%]

158 Il sig. Bianchi investe un capitale C per un anno a un tasso d'interesse i . Alla fine dell'investimento riceve 2100 euro, che risultano uguali alla somma tra il capitale C investito inizialmente e l'interesse maturato. Se il sig. Bianchi, anziché investire il capitale C , avesse investito 4000 euro, allo stesso tasso d'interesse i , dopo un anno avrebbe ricevuto una somma (comprensiva di capitale iniziale e interesse maturato) superiore di 2200 euro al capitale C . Determina C e i . [2000 euro; 5%]

Compito di realtà

Scelta fra vari investimenti

Il sig. Bianchi si reca dal suo consulente finanziario per pianificare alcuni investimenti. Un anno prima aveva effettuato un investimento a tasso fisso, che gli ha reso in un anno 160 euro. Il sig. Bianchi vorrebbe aggiungere al capitale investito l'anno precedente altri 5000 euro ed effettuare lo stesso tipo di investimento per un altro anno. I tassi d'interesse però sono scesi rispetto all'anno precedente per cui, per il nuovo anno, il tasso è dello 0,5% in meno. Il rendimento del nuovo investimento, tenendo conto dell'aumento del capitale, sarebbe di 195 euro.



1 Quanto aveva investito il sig. Bianchi un anno fa? E a quale tasso d'interesse?

Il sig. Bianchi chiede al suo consulente dei possibili investimenti alternativi, con tassi d'interesse superiori, e il consulente gli fa due proposte:

- un investimento A che prevede di lasciare il capitale vincolato per 10 anni e che, alla scadenza, comporta la restituzione del capitale iniziale più una quota complessiva di interessi (netta) uguale al 50% del capitale iniziale;
- un investimento B, della stessa durata, che prevede di versare metà capitale subito e metà dopo 5 anni e comporta la restituzione del capitale versato più una quota complessiva di interessi (netta) uguale al 40% del capitale complessivo versato.

Supponi che il tasso sia fisso e che il regime di capitalizzazione sia quello composto per entrambi gli investimenti.

2 A quale tasso d'interesse annuo corrisponde l'investimento A?

3 A quale tasso d'interesse annuo corrisponde l'investimento B? (Suggerimento: l'equazione da risolvere per determinare il tasso può essere ricondotta, tramite un'opportuna sostituzione, a biquadratica)

4 In base ai risultati ottenuti nei punti precedenti, quale delle due proposte dovrebbe scegliere il sig. Bianchi?

Supponi ora che l'investimento A sia soggetto a una ritenuta sugli interessi del 12,5%, mentre l'investimento B sia soggetto a una ritenuta sugli interessi del 26%.

5 Cambierebbe la risposta al punto 4?